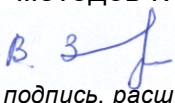


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
алгебры и математических
методов гидродинамики

 (Звягин В.Г.)
подпись, расшифровка подписи
19.06.2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.13 Современные методы геометрии и анализа

1. Шифр и наименование направления подготовки:

01.03.01 Математика

2. Профиль подготовки: Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

3. Квалификация выпускника: Бакалавр

4. Форма образования: Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Кафедра алгебры и математических моделей гидродинамики

6. Составители программы: профессор, д.ф.-м.н. Звягин Виктор Григорьевич

7. Рекомендована: НМС математического факультета протокол № 0500-04 от 18.06.2020 г.

8. Учебный год: 2021-2022

Семестр(-ы): 3

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели учебной дисциплины: освоение основных понятий и фактов алгебраической геометрии и нелинейного анализа, овладение основными методами решения задач.

Задачи изучения дисциплины

- ознакомление с современными методами геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач, задач гидродинамики,
- выработка навыков и умений по применению полученных знаний при решении задач разных математических дисциплин.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Современные методы геометрии и анализа» относится к обязательной части Блока 1 Дисциплины (модули).

Для его успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: математический анализ, алгебра, аналитической геометрии.

Студент должен свободно владеть математическим анализом, элементами линейной алгебры.

Дисциплина является предшествующей для: Математический анализ; Алгебра; Аналитическая геометрия.

11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:

| Код | Название компетенции | Код(ы) | Индикатор(ы) | Планируемые результаты обучения |
|-------|---|---------|--|---|
| ОПК-1 | Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ОПК-1.1 | Применяет базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук | Знать: концептуальные основы методов вычисления фундаментальных групп простейших топологических пространств; основные понятия и факты теории компактных пространств Уметь: пользоваться современными методами топологии и геометрии, их приложениями для разрешимости различных математических задач Владеть: теоретическими подходами в теории компактных пространств; навыками работы в информационных современных системах |
| | | ОПК-1.2 | Оценивает и формулирует актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики | Знать: зарубежную и отечественную литературу в области теории компактных пространств и теории фундаментальных групп пространств Уметь: грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: источниками информации, навыками работы с литературой, информационными системами |
| | | ОПК-1.3 | Анализирует и применяет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний | Знать: методы решения задач в разных математических дисциплинах Уметь: работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты Владеть: Методами самостоятельного обучения новым знаниям и способами их применения в теории компактных пространств, и теории фундаментальных групп пространств |

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 2/72.

Форма промежуточной аттестации: зачёт - 3 семестр

13. Виды учебной работы:

| Вид учебной работы | Трудоемкость (часы) | |
|------------------------|---------------------|--------------|
| | Всего | По семестрам |
| | | 3 |
| Аудиторные занятия | 16 | 16 |
| в том числе: лекции | 16 | 16 |
| практические | - | - |
| лабораторные | - | - |
| Самостоятельная работа | 56 | 56 |
| Итого: | 72 | 72 |

13.1 Содержание разделов дисциплины:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Содержание раздела дисциплины | Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК * |
|------------------|--|---|---|
| 1. Лекции | | | |
| 1 | Топологические пространства. | Топологические пространства, открытые и замкнутые множества, окрестность множества, хаусдорфовы пространства, компактные пространства, критерий компактности в терминах централизованных множеств. Свойства компактных пространств. Непрерывные отображения компактных пространств. | https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12185 |
| 2 | Компактность в метрических пространствах | Относительная компактность, секвенциальная компактность, Теорема Кантора, критерий относительной компактности в метрическом пространстве, теорема Хаусдорфа, примеры. Теорема Тихонова. | |
| 3 | Относительная компактность | Теорема Арцела, критерий конечномерности нормированного пространства, Теорема компактных вложений соболевских пространств | |
| 4 | Фундаментальные группы пространств | Определение фундаментальных групп, гипотеза Пуанкаре, геометрический подход к её доказательству. | |

13.2 Разделы дисциплины и виды занятий:

| № п/п | Наименование раздела дисциплины | Виды занятий (часов) | | | | Всего |
|-------|--|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
| | | Лекции | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | |
| 1 | Топологические пространства | 4 | | | 14 | 18 |
| 2 | Компактность в метрических пространствах | 4 | | | 14 | 18 |
| 3 | Критерии относительной компактности | 4 | | | 14 | 18 |
| 4 | Фундаментальные группы | 4 | | | 14 | 18 |
| | Итого | 16 | | | 56 | 72 |

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции и различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал.

При изучении курса «Современные методы геометрии и анализа» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, рассмотренные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед выполнением самостоятельной работы обязательно повторить лекционный материал, разобрать примеры, после чего приступить к выполнению заданий. Если возникнут вопросы, обязательно задать на следующем занятии или в присутственный час преподавателю.

3. Кроме обычного курса в системе «Электронный университет», все необходимые для усвоения курса материалы размещены также на сайте факультета https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины:

а) основная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 1 | Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа, / Издательство «Лань», 2009, 272 с |
| 2 | Гликликс Ю.Е. Топология и дифференциальная геометрия (Пятое издание) / Ю.Е. Гликликс. - Воронеж: ВГУ, 2010.- 100 с. |
| 3 | Звягин В.Г., Ратинер Н.М. Топологические методы в теории нелинейных фредгольмовых отображений и их приложения / В.Г. Звягин, Н.М. Ратинер; ФГБОУ ВО Воронежский государственный университет. — М.: Наука, 2019. — 543 с. |

б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 4 | Звягин В. Г.. Линейные фредгольмовы операторы и их свойства : учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007.— 81 с |
| 5 | Ниренберг Л.. Лекции по нелинейному функциональному анализу / Л. Ниренберг ; пер. с англ. Н.Д. Введенской .— М. : Мир, 1977 .— 232 с. |
| 6 | Звягин В. Г.. Степень ориентированных отображений конечномерных многообразий : учебно-методическое пособие для вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т.— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 43 с. |
| 7 | Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко. - М.:Изд- во МГУ, 1980.-439 с. |

в) информационно-библиотечные ресурсы

| № п/п | Источник |
|-------|--|
| 8 | http://www.lib.vsu.ru - электронный каталог ЗНБ ВГУ |
| 9 | ЭБС «Университетская библиотека онлайн» |
| 10 | https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12185 - Электронный курс |
| 11 | https://math.vsu.ru/wp/?page_id=937 – Сайт факультета |

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы:

| № п/п | Источник |
|-------|---|
| 1 | Звягин В. Г.. Линейные фредгольмовы операторы и их свойства : учебное пособие для студентов вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2007.— 81 с |
| 2 | Ниренберг Л.. Лекции по нелинейному функциональному анализу / Л. Ниренберг ; пер. с англ. Н.Д. Введенской .— М. : Мир, 1977 .— 232 с. |
| 3 | Звягин В. Г.. Степень ориентированных отображений конечномерных многообразий : учебно-методическое пособие для вузов / В.Г. Звягин, В.Т. Дмитриенко, Н.М. Ратинер ; Воронеж. гос. ун-т.— Воронеж : ЛОП ВГУ, 2006 .— 43 с. |
| 4 | Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С.Мищенко, А.Т.Фоменко. - М.:Изд- во МГУ, 1980.-439 с. |
| 5 | Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с. |
| 6 | Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете |

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных

технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=12185>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linux, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, *Calc*, *Math*, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины.

19. Перечень компетенций с указанием этапов формирования и планируемых результатов обучения

| № п/п | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства |
|--|--|----------------|-------------------------------------|--|
| 1 | Топологические пространства. | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Домашние задания, контрольная работа № 1 |
| 2 | Компактность в метрических пространствах | ОПК-1 | ОПК-1.1, ОПК-1.2 | Домашние задания, контрольная работа № 1 |
| 3 | Критерии относительной компактности | ОПК-1 | ОПК-1.2, ОПК-1.3 | Домашние задания, контрольная работа № 1 |
| 4 | Фундаментальные группы | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Домашние задания, контрольная работа № 1 |
| Промежуточная аттестация Форма контроля - Зачет | | | | Зачет выставляется при успешной сдаче контрольной работы |

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Домашние задания:

По теме 1. Топологические пространства.

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Показать следование Предложения 6.1 из Леммы 6.2

По теме 2. Компактность в метрических пространствах

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Задача 9.2

По теме 3 Критерии относительной компактности

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Доказать, что для того, чтобы подмножество X полного метрического пространства было относительно компактным, достаточно, чтобы для любого $\varepsilon > 0$ существовала относительно компактная ε -сеть множества X .

По теме 4. Фундаментальные группы

Звягин В.Г. Курс лекций «Элементы современной геометрии и анализа» : учеб. пособие / В.Г. Звягин Воронеж. гос. ун-т. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 49 с.

Задание: Показать, что для любого выпуклого множества R есть только один гомотопический класс петель.

Примерный перечень задач для контрольной работы:

Контрольно-измерительный материал № 1

1. Относительная компактность, секвенциальная компактность, Теорема Кантора, критерий относительной компактности в метрическом пространстве, теорема Хаусдорфа, примеры. Теорема Тихонова.

Примерный перечень вопросов

| | |
|----|--|
| 1 | Топологические пространства, открытые и замкнутые множества, окрестность множества. |
| 2 | Хаусдорфовы пространства, компактные пространства, критерий компактности в терминах централизованных множеств. Свойства компактных пространств |
| 3 | Непрерывные отображения компактных пространств. |
| 4 | Относительная компактность, секвенциальная компактность. |
| 5 | Теорема Арцела, критерий конечномерности нормированного пространства. |
| 6 | Теорема компактных вложений соболевских пространств. |
| 7 | Теорема Хаусдорфа, Теорема Тихонова. |
| 8 | Критические точки и критические значения отображений. |
| 9 | Регулярные значения отображений. |
| 10 | Теорема Кантора. |
| 11 | Связь неподвижных точек и периодических решений обыкновенных уравнений. |
| 12 | Направляющие функции. |

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольной работы. В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с теоретическим вопросом и предлагается ответить на данный вопрос. Ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 100 минут.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Современные методы геометрии и анализа» проводится в форме зачета.

При промежуточной аттестации 3 семестра уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено», которые формируются следующим образом:

Контрольная работа – по степени правильности ответа на вопрос контрольной работы.

| Шкала оценок | Критерии оценок |
|--------------|--|
| Зачтено | Студент показывает хорошие знания изученного учебного материала; самостоятельно, логично и последовательно излагает и интерпретирует материалы учебного курса; полностью раскрывает смысл предлагаемого вопроса; владеет основными терминами и понятиями изученного курса; показывает умение переложить теоретические знания на предполагаемый практический опыт. |
| Не зачтено | Наличие серьезных упущений в процессе изложения учебного материала; в случае отсутствия знаний основных понятий и определений курса или присутствии большого количества ошибок при интерпретации основных определений; если студент показывает значительные затруднения при ответе на предложенные основные и дополнительные вопросы; при условии отсутствия ответа на основной и дополнительный вопросы |

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

№1. Множество X с заданной на нем топологией τ называется ... пространством и обозначается (X, τ) или кратко X .

- а) топологическим;
- б) метрическим;
- в) линейным.

№2 Топологическое пространство X называется ... , если любое его открытое покрытие содержит конечное подпокрытие.

- а) компактным;
- б) метрическим;
- в) Банаховым.

№3 Назовем некоторую систему подмножеств $\{A_\alpha\}$ множества X центрированной, если любое конечное пересечение $\bigcap A_i, i = 1, \dots, n$ членов этой системы ...

- а) не пусто;
- б) равно нулю.

№4 Замкнутое подмножество компактного пространства...

- а) компактно;
- б) не пусто;

№5 Непрерывный образ компактного пространства есть ... пространство.

- а) компактное;
- б) метрическое.
- в) Хаусдорфово.

№6 Множество X метрического пространства (M, ρ) называется относительно компактным, если его замыкание \bar{X} ... в M .

компактно.

№7 Пусть дана последовательность $K_1 \supset \dots \supset K_n \supset \dots$ непустых компактных множеств метрического пространства M . Тогда пересечение K **не пусто**

№8 Пусть K есть подмножество банахова пространства E . Если K есть равномерный предел относительно компактных множеств, то K

относительно компактно

№9 Является ли компактом замкнутый конечный отрезок $[a, b]$?

да

№10 Является ли единичная сфера $S^n = \{x \in \mathbb{R}^n; \|x\| = 1\}$ компактом

да

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-04 от 18.06.2020 г.